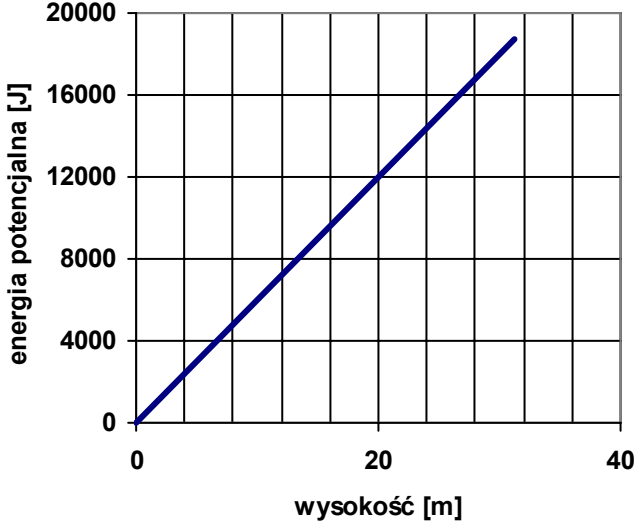
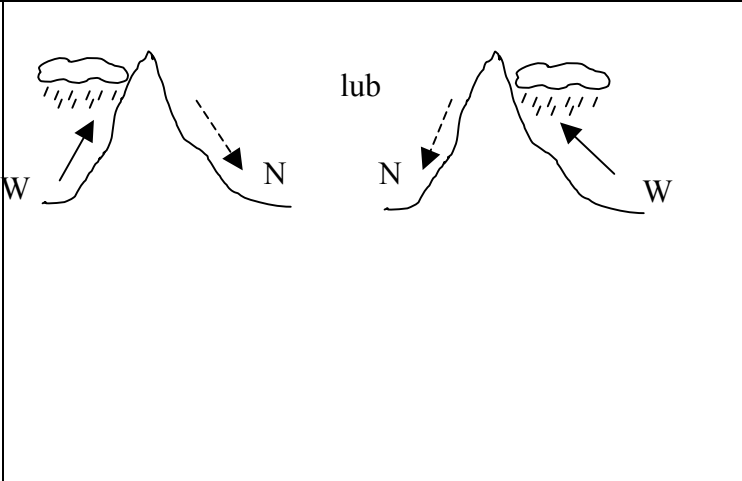


Egzamin gimnazjalny
 cz. matematyczno-przyrodnicza
 ROZWIĄZANIA I SCHEMAT PUNKTACJI
 Zadania zamknięte

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	C	B	C	B	D	C	C	D	C	D	C	A	B	A	B	C	D	C	C	D	D	B	C

Zadania otwarte

Nr zad	Rozwiązanie	Schemat punktacji	Liczba punktów	Suma punktów
26.		oznaczenie i wyskalowanie osi wykresu narysowanie odcinka łączącego punkty o współrzędnych (0 m; 0 J) i (31,25 m; 18750 J)	0 – 1 0 – 1	0 – 2
27.	$E_{pot} = E_{kin}$ $mgh = \frac{mv^2}{2}$ $v = \sqrt{2gh}$	zastosowanie zasady zachowania energii (zauważenie, że energia potencjalna skoczka siedzącego na belce zmienia się w energię kinetyczną) lub zastosowanie wzoru $v = \sqrt{2gh}$	0 – 1	0 – 2
	$v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 31,25} = \sqrt{625} = 25 \frac{m}{s}$	obliczenie szybkości i podanie wyniku z jednostką	0 – 1	
28.	$P_p = 6 \cdot \frac{4^2 \sqrt{3}}{4} = 24\sqrt{3} [m^2]$	Zastosowanie prawidłowej metody obliczenia pola podstawy	0 – 1	0 – 3
	$V = P_p \cdot H$ $V = 24\sqrt{3} \cdot 4 = 96\sqrt{3} [m^3]$	Zastosowanie prawidłowej metody obliczenia objętości	0 – 1	
		poprawność rachunkowa	0 – 1	

29.		prawidłowe umieszczenie wszystkich symboli	0 – 2	0 – 2
		prawidłowe umieszczenie 3 lub 4 symboli	0 – 1	
30.	x – liczba droższych nart i $x \in \mathbb{N}$	oznaczenie niewiadomej	0 – 1	0 – 4
	$320(25-x) + 520x \leq 9500$	ułożenie nierówności	0 – 1	
	$x \leq 7,5$	rozwiązanie nierówności	0 – 1	
	Największą liczbą naturalną spełniającą tę nierówność jest liczba 7, czyli można kupić co najwyżej 7 par droższych nart.	podanie odpowiedzi	0 – 1	

Możesz rozwiązywać zadanie wprowadzając jedną lub dwie niewiadome.

Niech x oznacza liczbę droższych nart (pamiętaj, że x musi być liczbą naturalną).
 Wówczas $25 - x$ to liczba tańszych nart
 Natomiast
 $320(25-x) + 520x$ to koszt zakupu 25 par nart
 Zauważ, że tak zapisany koszt zakupu musi być nie większy niż 9500 zł
 Możesz więc zapisać następującą nierówność:
 $320(25-x) + 520x \leq 9500$
 Aby ją rozwiązać mnożysz 320 przez wyrażenia w nawiasie
 $8000 - 320x + 520x \leq 9500$
 porządkujesz wyrazy podobne
 $200x \leq 1500$
 i dzielisz obie strony nierówności przez 200
 $x \leq 7,5$
 Zauważ, że największą liczbą naturalną spełniającą tę nierówność jest liczba 7. Zatem można kupić co najwyżej 7 par nart droższych.

Niech
 x oznacza liczbę droższych nart
 y liczbę tańszych nart
 (pamiętaj, że x i y muszą być liczbami naturalnymi)
 wówczas równanie $x + y = 25$ opisuje warunek dotyczący liczby kupionych nart, a nierówność $320y + 520x \leq 9500$ warunek dotyczący kosztu zakupu.
 Otrzymujesz wówczas następujący układ

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 320y + 520x \leq 9500 \end{cases}$$

 Aby rozwiązać ten układ, wyznaczasz z równania jedną z niewiadomych np. $y = 25 - x$ i podstawiasz do nierówności w miejsce y wyrażenie $25 - x$.
 Otrzymujesz

$$\begin{cases} y = 25 - x \\ 320(25 - x) + 520x \leq 9500 \end{cases}$$

 po rozwiązaniu nierówności

$$\begin{cases} y = 25 - x \\ x \leq 7,5 \end{cases}$$

 Największą liczbą naturalną spełniającą tę nierówność jest 7, czyli

$$\begin{cases} x = 7 \\ y = 18 \end{cases}$$

 Zatem można kupić co najwyżej 7 par droższych nart.

Możesz też to zadanie rozwiązać metodą prób i błędów.

Liczba droższych par nart	5	6	7	8
Liczba tańszych par nart	20	19	18	17
Koszt zakupu [zł]	$520 \cdot 5 + 320 \cdot 20 = 9000$	$520 \cdot 6 + 320 \cdot 19 = 9200$	$520 \cdot 7 + 320 \cdot 18 = 9400$	$520 \cdot 8 + 320 \cdot 17 = 9600$
	za mało	za mało	dobrze!	za dużo

Adnotacje przy sprawdzeniu (za dużo, za mało) pozwalają na sprawniejsze szukanie rozwiązania i umożliwiają przekonanie się o tym, że jest ono jedyne.
 Oczywiście nie musisz poszukiwania rozwiązania tą metodą zapisywać w tabeli.

	Przy rozwiązaniu tego zadania możesz także stosować metodę ograniczania z dołu lub z góry. Metoda ograniczenia z dołu Ile zapłacą za 25 tańszych nart? $25 \cdot 320 = 8000$ [zł] Ile pieniędzy zostanie? $9500 - 8000 = 1500$ [zł] Ile wynosi różnica cen? $520 - 320 = 200$ [zł] Ile razy w 1500zł mieści się 200zł? $1500:200 = 7,5$ Zatem zamiast 7 tańszych par nart można kupić 7 droższych, pozostałe 18 pary nart muszą być tańsze.					Metoda ograniczenia z góry Ile zapłacą za 25 droższych nart? $25 \cdot 520 = 13000$ [zł] Ile pieniędzy zabraknie? $13000 - 9500 = 3500$ [zł] Ile wynosi różnica cen? $520 - 320 = 200$ [zł] Ile razy w 3500zł mieści się 200zł? $3500:200 = 17,5$ Zatem zamiast 18 droższych trzeba kupić 18 tańszych, pozostałych 7 pary nart musi być droższych.		
31.	Masa mąki (w dag)	100	150	25	62,5	prawidłowe uzupełnienie tabeli	0 – 2	0 – 3
	Masa drożdży (w dag)	8	12	2	5	prawidłowe uzupełnienie dwóch lub trzech liczb	0 – 1	
	$y = 0,08 \cdot x$ lub $\frac{y}{x} = 0,08$					prawidłowe podanie zależności	0 – 1	
32.	$\text{NaHCO}_3 = \text{Na}_2\text{CO}_3 + \text{H}_2\text{O}\uparrow + \text{CO}_2\uparrow$ $2\text{NaHCO}_3 = \text{Na}_2\text{CO}_3 + \text{H}_2\text{O}\uparrow + \text{CO}_2\uparrow$ W wyniku rozkładu związku wchodzącego w skład proszku do pieczenia wydzielają się gazy (H_2O i CO_2), które dyfundując powodują spulchnianie i rozrost ciasta.					zapisanie wzorów produktów	0 – 1	0 – 3
						dobranie współczynnika stechiometrycznego	0 – 1	
						prawidłowe wyjaśnienie	0 – 1	
33.	x – liczba bombek złotych y – liczba bombek czerwonych z – liczba bombek niebieskich $x + y = 40$ $x + z = 60$ $y + z = 70$					oznaczenie niewiadomych i zapisanie równań opisujących zależności między zmiennymi	0 – 1	0 – 4
	np. $z = 70 - y$ $\begin{cases} x + y = 40 \\ x + 70 - y = 60 \end{cases}$					wyeliminowanie jednej zmiennej (doprowadzenie do układu dwóch równań z dwiema niewiadomymi)	0 – 1	
	$x = 15, y = 25$					rozwiązanie układu równań	0 – 1	
	$z = 45$					wyliczenie trzeciej niewiadomej	0 – 1	

Możesz rozwiązywać zadanie wprowadzając niewiadome

Niech x oznacza liczbę bombek złotych, y liczbę bombek czerwonych a z liczbę bombek niebieskich.

Wówczas warunki opisane w treści zadania można zapisać w postaci równań:

$$x + y = 40$$

$$x + z = 60$$

$$y + z = 70$$

Otrzymujesz układ trzech równań z trzema niewiadomymi

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ x + z = 60 \\ y + z = 70 \end{cases}$$

Aby go rozwiązać możesz wyeliminować jedną z niewiadomych i doprowadzić do układu dwóch równań z dwiema niewiadomymi np. $z = 70 - y$, wówczas otrzymujesz układ:

$$\begin{cases} x + y = 40 \\ x + 70 - y = 60 \end{cases}$$

Rozwiązując ten układ otrzymasz

$$\begin{cases} x = 15 \\ y = 25 \end{cases}$$

Wówczas $z = 45$

Możesz również rozwiązując układ $\begin{cases} x + y = 40 \\ x + z = 60 \\ y + z = 70 \end{cases}$ dodać wszystkie równania stronami, otrzymasz

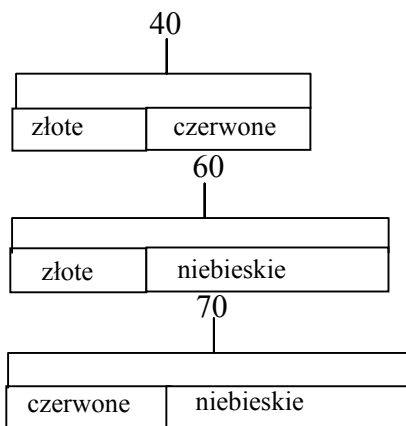
$$\begin{cases} 2x + 2y + 2z = 170 \\ x + y = 40 \\ x + z = 60 \end{cases}$$

Po podzieleniu obu stron pierwszego równania przez 2

$$\begin{cases} x + y + z = 85 \\ x + y = 40 \\ x + z = 60 \end{cases}$$

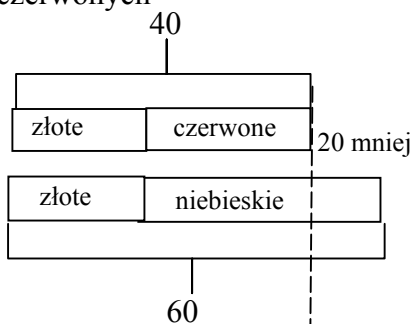
Podstawiając do pierwszego równania w miejsce $x+y$ liczby 40 otrzymasz $z = 45$, podstawiając do pierwszego równania w miejsce $x+z$ liczby 60 otrzymasz $y = 25$, następnie wyznaczasz x podstawiając np. do drugiego równania w miejsce y liczby 25, wówczas $x = 15$.

Przy rozwiązaniu tego zadania może Ci pomóc rysunek



Za interpretację danych w ten sposób otrzymasz 1 punkt

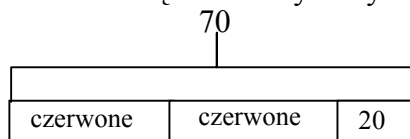
Z takiej postaci łatwo zauważysz związek między liczbą bombek w dwóch kolorach np. niebieskich i czerwonych



Bombek czerwonych jest o 20 mniej niż niebieskich.

Za zauważenie tego związku otrzymasz 1 punkt.

Zależność tę można wykorzystać do obliczenia liczby bombek jednego koloru (np. czerwonego).



Za wykorzystanie tej zależności do obliczenia liczby bombek jednego koloru otrzymasz 1 punkt.

Liczbę bombek czerwonych możesz obliczyć w następujący sposób: $(70-20):2=25$.

Teraz możesz obliczyć liczby bombek pozostałych dwóch kolorów. Jeżeli bombek czerwonych jest 25, to bombek niebieskich jest $25+20=45$, a bombek złotych $40-25=15$.

Za obliczenie (podanie) liczby bombek dwóch pozostałych kolorów otrzymasz 1 punkt.

34.	tlen	podanie właściwej nazwy gazu	0 – 1	0 – 2
	Obniżenie temperatury powoduje zwolnienie przebiegu fotosyntezy.	sformułowanie prawidłowego wniosku	0 – 1	

Przykładowy arkusz egzaminacyjny przygotowali:

Anna Widur, Urszula Sawicka – Patrzalek, Iwo Wroński, Dorota Lewandowska, Krzysztof Koza, Krystyna Stypińska